diségno 9.2021

unione italiana disegno

9.2021

diségno

ISSN 2533-2899

english version

diségno

9.2021

VISIONARY DRAWING

diségno

unione italiana disegno

Biannual Journal of the UID Unione Italiana per il Disegno Scientific Society
n. 8/2021
http://disegno.unioneitalianadisegno.it

Editorial office
piazza Borghese 9, 00186 Roma
redazione.disegno@unioneitalianadisegno.it

Cover
Hugh Ferriss, The Lure of the City, 1929. Detail.

The articles published have been subjected to double blind peer review, which entails selection by at least two international experts on specific topics.
For Issue No. 9/2021, the evaluation of contributions has been entrusted to the following referees:
Fabrizio Agnello, Adriana Arena, Marinella Arena, Pasquale Argenziano, Fabrizio Avella, Vincenzo Bagnolo, Marcello Balzani, Laura Baratin, Salvatore Barba, Carlo Battini, Marco Giogio Bevilaqua, Alessandro Bianchi, Fabio Bianconi, Enrica Bistagnino, Antonio Bixio, Stefano Brusaporci, Massimiliano Campi, Emanuela Chiavoni, Giuseppina Cinque, Alessandra Cirafici, Daniele Colistra, Carmela Crescenzi, Giuseppe D'Acunto, Antonella di Luggo, Gianmarco Girgenti, Maria Pompeiana Iarossi, Manuela Incerti, Sereno Innocenti, Laura Inzerillo, Alfonso Ippolito, Alessandro Luigini, Federica Maietti, Maria Martone, Marco Muscogiuri, Lia Maria Papa, Giulia Pellegri, Nicola Pisacane, Andrea Rolando, Luca Rossato, Daniele Rossi, Maria Elisabetta Ruggiero, Michele Russo, Marcello Scalzo, Roberta Spallone, Maurizio Unali, Daniele Villa

Consultant for English translations Elena Migliorati.

The journal Diségno is included in the list of scientific journals of the National Agency for the Evaluation of the University System and Research (Anvur) for the non-bibliometric area 08 - Civil Engineering and Architecture and is indexed on Scopus.

Published in December 2021

ISSN 2533-2899

9.2021 diségno

The Masters of Vision. From Visionary Science to Visual Suggestions

Domenico Mediati

Abstract

The studies of Isaac Newton, in the 17th century, laid the foundations of classical physics. In the 19th century, however, some theories questioned Newtonian physics, whose weakness came from the application of concepts of Euclidean geometry to a space that may not be so. In 1817 Gauss, during his studies on the fifth postulate, formulated the hypothesis that for a point outside a line it was possible to draw more than one line parallel to it. Thus, he laid the premises of non-Euclidean geometry.
In 1884 Abbott published the novel Flatland, *in which he hypothesized a multi-dimensional space. The cultural debate thus opened up to visionary artistic expressions, derived from equally 'subversive' scientific concepts. Not to be neglected are also the studies of Poincaré that led to the topological space. These suggestions were anticipated by Möbius, in 1858, with the single-sided surfaces. The demolition of Newtonian dogmas also intertwined with perception studies. This led to the "impossible objects" of Reutersvär and Lionel and Roger Penrose. In the same years, also Escher shared the same passion for perceptual experiments.*
The paper aims to highlight the relationship between art and science which, between the 19th and 20th centuries, find a common 'visionary' inspiration. Often these paths are intertwined, sometimes one anticipates the other, but together they contribute to open pathways that mark the evolution of thought and art.

Keywords: Non-Euclidean geometries, Topology, Impossible objects, Möbius, Penrose, Escher.

The Euclidean dogma

Isaac Newton, in the 17th century, gave a decisive contribution to the foundations of classical physics. His studies hypothesized space and time as absolute entities. His statements were part of the undisputed dominance of the geometric principles expressed by Euclid in the *Elements*.
However, Euclidean geometry has an Achilles' heel. Although indirectly, the V postulate states that if two coplanar lines cut by a transversal form, on the same side, two angles whose sum is equal to a flat angle, will not meet and will be, therefore, parallel. This statement, however, does not have the qualities of 'demonstrability' and 'evidence' that, at that time, were necessary for it to be considered as a valid postulate. Euclid himself was aware of this, to the point that he did not use it for the demonstration of the first 28 propositions of the *Elements*. He only used it for one case. This awareness led him to consider the statement of the parallel lines as a theorem, although he never managed to find a valid demonstration. Following the failure of these attempts, he decided to reinsert it among the postulates [Agazzi, Palladino 1978, p. 48]. In the following centuries, there will be many attempts to exclude this proposition from the postulates, trying to demonstrate it as a theorem, but all will be unsuccessful.
Among the most ancient studies, we remember Proclus (5th century), who was firmly persuaded that "in the acquisition of geometric propositions, no weight should be

https://doi.org/10.26375/disegno.9.2021.11

diségno ISSN 2533-2899

given to intuitive representations which are purely probable" [Proclus cited in Agazzi, Palladino 1978, p. 52]. His attempt failed when he introduced a hitherto unknown hypothesis: that the distance between two straight lines was finite. In fact, it was a new postulate that would make the demonstrative system collapse.
The attempt of Saccheri [1733], about XIII centuries later, will not obtain better results, but will be fruitful for future studies. Although unknowingly, he will pave the way for the birth of non-Euclidean geometry.
Saccheri proposed a demonstration *a contrariis* [1], based on 'absolute geometry' [2], which considered admissible two opposite hypotheses, implicitly excluded by Euclid: that for an external point to a straight line several parallels pass and, on the contrary, that none pass.
The demonstration failed because it was not able to demonstrate that the hypotheses admitted by absurdity were not true, but just this failure will determine its future success. "It became then clear –notes Sgrosso– that this proposition was to be considered effectively a postulate, assuming it together with the others, the Euclidean geometry was born, but assuming the excluded hypotheses, two different geometric theories were born, as valid as the first one" [Sgrosso 1986, p. 57]. These are the hypotheses on which some of the most enlightened scholars between the end of the 18th and the 19th century will work.

From the Euclid 'failure' to the 'visionary geometries'

Since he was a student, Gauss also tried to prove the V postulate of Euclid. In the beginning, he considered it as a theorem but soon he was convinced that it was indemonstrable and oriented his studies towards a system based on its negation. Starting from 1817 he worked on the hypothesis that assumes the existence of several lines passing through a point and parallel to an assigned line. He, with greater awareness, followed the path traced by Saccheri almost a century earlier. This opened the field to the hypothesis of a geometry very different from the one known until then, which Gauss at first called 'anti-Euclidean', then 'astral' and finally 'non-Euclidean'.
He never published the results of his studies. The scientific thought of his time was dominated by the figure of Kant, who considered Euclidean geometry as an inescapable necessity for thought. In the *Critique of Pure Reason*, published in 1781, the German philosopher defined space and time as *priori* forms [Kant 2000]. Thus, geometry was an absolute construction, based on indubitable principles [Mangione 1971, p. 182]. This cultural context decisively discouraged any position that questioned the Euclidean foundation of space. "I will not decide for a long time yet –wrote Gauss in one of his epistolaries– to elaborate for a publication of my very extensive researches on the topic, and this perhaps will never happen during my life, because I fear the shrieks of the Boeotians" [Agazzi, Palladino p. 75].
A few decades later, the studies of Hungarian Bolyai and Russian Lobačevskij will challenge the scientific community. They will propose concepts decidedly 'visionary' that, unbeknown to each other, will follow the analogous theories of Gauss. Bolyai and Lobačevskij demonstrated that for a point outside a line it is possible to draw several parallel ones to that given. This subversive hypothesis will open the field to a new geometry that Lobačevskij will call "imaginary" [3].
Riemann [4] moved in a similarly visionary direction. In 1851 Gauss put him on this path, assigning him the theme on which he would hold the dissertation for the achievement of the title *Privatdozent* [5]. Riemann also denied the Euclidean postulate but took an opposite route. He hypothesized an unlimited but not infinite space: "and it is precisely on the hypothesis of a finite space –says Andrea Giordano– that elliptic geometry was born, specifically highlighting the new idea of 'line', which here is precisely closed and finite. […] two lines (therefore all lines) of a plane meet, and consequently for a point of the plane no parallel to a given line passes" [De Rosa, Sgrosso, Giordano 2002, p. 218].
These studies will lead him to hypothesize the existence of a multidimensional reality. It is a further piece in the mosaic of the new non-Euclidean geometries that will be defined around the end of the 19th century. The Euclidean principles on which, for more than two millennia, the knowledge of reality were based are now definitely put in crisis by scientific concepts definitely visionary. This will push towards the search for new theoretical and scientific principles, able to support a new interpretation of reality.
The studies of Faraday and Maxwell on the propagation of electromagnetic waves will be decisive. These researches will definitely put the classical physics of Newton and his concepts of absolute space and time in crisis. The weak-

ness lies in its essential foundation: to apply concepts of Euclidean geometry to a space that could be not such. The time was finally ripe for a further leap that will radically change the conception of space.

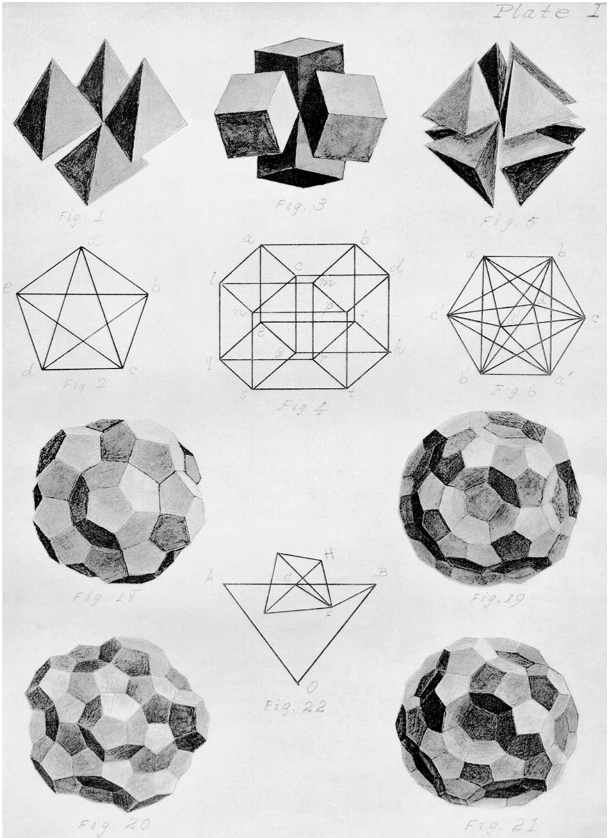
In 1905, Einstein published his theory of *Special Relativity*. He stated that space and time should be considered in a coordinated way. Time thus became a fourth variable, to be added to the three spatial dimensions adopted until then. Eleven years later he published a further development of this theory that he called *General Relativity* [Einstein 1916]. He hypothesized a four-dimensional space, in which the space-time entity (*Chronotope*) is curved by the presence of a mass and the gravitational field that it generates.

This will radically change the conception of space, pushing it towards a metageometric dimension. If in the presence of a gravitational field space-time is curved, then it can no longer be considered Euclidean. The theories on non-linear geometries of Gauss, Bolyai, Lobačevskij and Riemann are confirmed by the most advanced conceptions of physical space.

Therefore, Euclidean geometry is only one of the possible models of interpretation of reality. It is still valid for the world that can be experienced directly, but it was not the most suitable to support the new instances that were emerging in every field at the beginning of the 20th century.

Flatland

Abbott had already prepared the ground a few decades earlier. In 1882 he published what will become a classic of fantastic literature: *Flatland: A Romance of Many Dimensions*. He tells the story of a square, accustomed to living in a two-dimensional world, which discovers to it surprise that it belongs to a three-dimensional space (Spaceland). Its curiosity does not stop at this discovery but continues in visionary reflections, hypothesizing the existence of multidimensional spaces: "shall not, I say, the motion of a divine Cube result in a still more divine Organization with sixteen terminal points? […] And once there [in the four-dimensional space], shall we stay our upward course? In that blessed region of Four Dimensions, shall we linger on the threshold of the Fifth, and not enter therein? […] Then, yielding to our intellectual onset, the gates of the Sixth Dimension shall fly open;



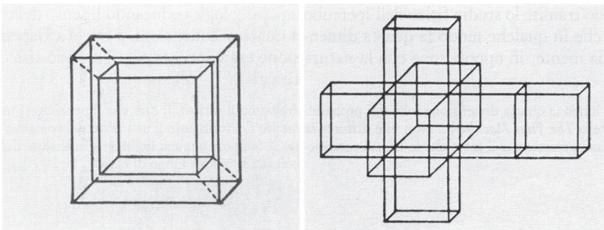


Fig. 1. W. I. Stringham, regular figures of four-dimensional space [Stringham 1880].

Fig. 2. H. P. Manning, representation of a hypercube, 1914.

Fig. 3. Left: T. van Doesburg, Une Nouvelle Dimension, 1925-1929. Middle and right: T. van Doesburg e C. van Eesteren, Maison particulière, 1924.

after that a Seventh, and then an Eighth" [Abbott 2004, pp. 68-69].
A few years later, the science fiction writer Hinton will publish an essay about the 4th dimension in which the term tesseract (hypercube) appears for the first time [Hinton 1888].
These were undoubtedly fascinating hypotheses but, at the time, many must have considered them bizarre. Actuality, these reflections were based on a maturing scientific debate and were filled with a stringent scientific logic. Multidimensional reality had no possibility of being perceived through experiential data but this did not exclude the possibility that it could be deduced by logical abstraction. As Emmer states: "the foundation of mathematics is in abstraction and therefore mathematics could appear far from physical reality" [Emmer 2003, p. 25]. Actually, logic and abstraction are sides of the same coin and contribute to the formulation of hypotheses and new scenarios that only later will be confirmed by scientific data.

The hypercube and metaphysical space

Between the pages of *Flatland*, albeit indirectly, there is the first description of a hypercube, a figure that will fascinate scholars and mathematicians but also inspire the art world. However, Abbott will not provide any illustration of such an entity. The first hypothetical representations of hypersolids are by mathematician Stringham who, in 1880, published an essay with a contribution to the definition of regular figures in four-dimensional space [Stringham 1880] (fig. 1).
A few decades later, the mathematician Manning [1914] published some graphic hypotheses of a hypercube: 'projections' from a four-dimensional space to a Euclidean one (fig. 2). Such representations were the result of a mathematical abstraction no less visionary than Abbott's literary descriptions. They captured the attention of artists and architects.
In number 5 of 1923 of *De Stijl*, eleven years after his death, the article by Poincaré *Pourquoi l'espace a trois dimensions?* was published. At the preface of the essay is the sentence: "The meaning of the fourth dimension for neoplasticism". It was a clear declaration of interest by the founders of the movement: Mondrian and Van Doesburg. The latter, in those years, clearly expressed a line of research in that direction (fig. 3). Describing a project for a private house in 1924, he wrote: "The new architecture is anti-cubic, in other words, its different spaces are not contained in a closed cube. On the contrary, the different cells of space (including balcony volumes, etc.) develop eccentrically, from the center to the border of the cube, so that the dimensions of height, depth, width and time receive a new plastic ex-

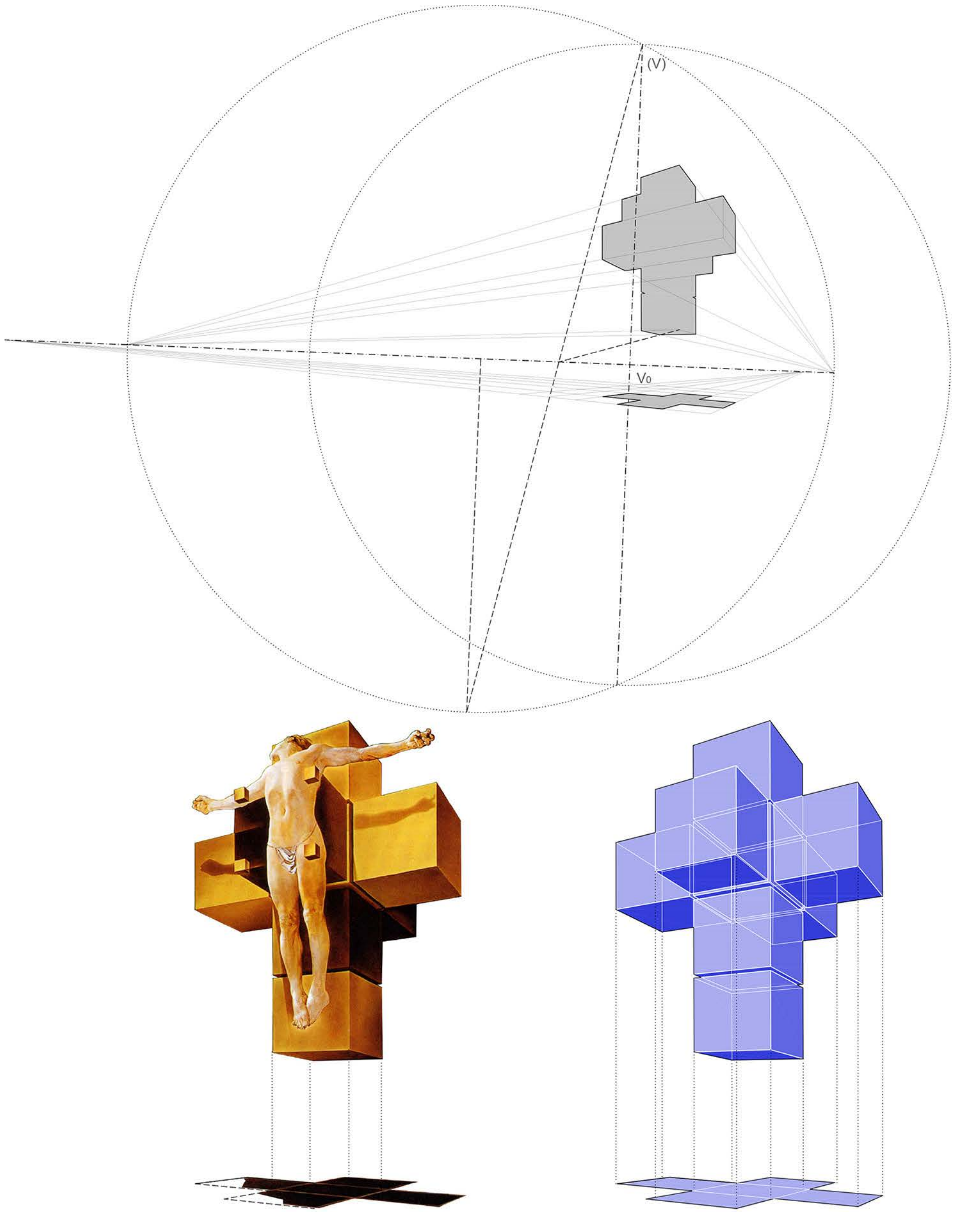


Fig. 4. S. Dalì, Crucifixion (Corpus Hypercubus), 1954. Top: analysis of the perspective structure. Bottom: details and redraw of the crucifix. Graphic elaboration by the author.

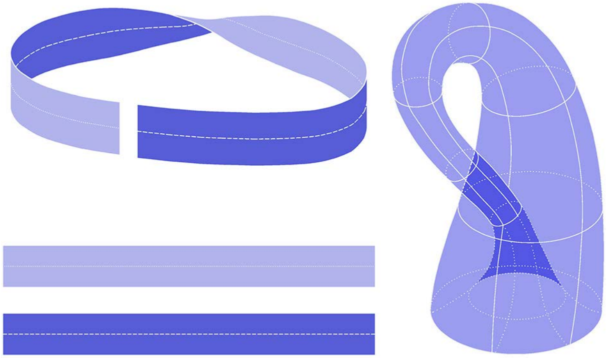


Fig. 5. Single-sided surfaces. Left: Möbius ribbon, conformation scheme. Right: Kelin bottle. Graphic elaboration by the author.

Fig. 6. M. Bill, Endless ribbon, granite, 1953 (original version 1935). Baltimora Museum of Art.

pression" [Van Doesburg cit. in Emmer 2003, p. 119]. Both the text and Van Doesburg's drawings referred to the representation of a hypercube even though, as Michele Emmer notes, he confused Flatland's four-dimensional objects –four-dimensional projections of Euclidean elements– with Einstein's space-time theory in which time constitutes a fourth dimension [Emmer 2003, p. 119].

The *tesseract* is an expression of scientific conceptions that subvert the usual empirical universe, but it also represents a link with unexplored universes that open up to fruitful artistic experimentation. In fact, the most visionary results will be expressed precisely in this field. Dalì explicitly showed his interest in the mixture of mystical and scientific dimensions found in four-dimensional space. In his work *Crucifixión* (*Corpus Hypercubus*) of 1954, he painted a Christ placed next to a cross suspended in the void, a clear representation of a hypercube (fig. 4). Everything happens without contact, in a metaphysical context dominated by an obscure natural landscape, in which the floor grid provides a weak anchorage to the empirical, logical and rational world. On it Dalì projects the hypercube, drawing a cross between the perspective grids. The new metageometric concepts, with their intrinsic need for abstraction and with a strong mystical and emotional character, constitute a bridge between the material world and the metaphysical dimension. Dalì's interests in the fourth dimension will continue in the following years. He came into contact with the mathematician Banchoff, keeping abreast of scientific developments regarding metageometric space. In 1979 he returned to the subject with the painting *In Search of the Fourth Dimension*. It is a surreal context in which citations of Raphael and Perugino are overlaid with symbolic elements, typical of the poetics of Dalì. In the foreground a dodecahedron is superimposed on the opening of what looks like a tomb: possible symbolic connection between reality and metaphysical space. In the background looms a 'soft clock', symbol of an eternal time that unifies and connects a visionary space steeped in Renaissance knowledge, Christian spirituality and pervaded by a disquieting mystery of oblivion.

Single-sided surfaces

De Stijl's posthumous interest in Poincaré testifies to the influence that the French mathematician's studies had on the artistic imagination of the 20th century.

In 1895 he published *Analysis Sitû*, the volume that will lay the bases of topological geometry. It "has as its object the study of geometric properties that persist even when shapes are subjected to such profound deformations that they lose all their metric and projective properties" [Courant, Robbins 1961, p. 353]. Such conceptions will open the field to very interesting visionary experiments.
A few years before Poincaré, in 1858, at the *Académie des sciences* in Paris, Möbius presented a long-neglected memoir on single-sided surfaces. In this work he described a shape with extraordinary expressive qualities: the 'Möbius strip' [6] (fig. 5). Almost eighty years were to pass before this geometric intuition found an application in modern art. In 1936, at the Milan Triennale, Max Bill presented the *Endless ribbon* (fig. 6). Unaware of Möbius' studies, he believed he had found a novel form. It was only later that he would discover the links with the geometric-mathematical studies of the previous century. The Swiss artist's interest in topology was not only linked to its aesthetic qualities but above all to the expressive-symbolic potential it offered. The analogy with the symbol of infinity triggers suggestions that go beyond mere shape. "If non-oriented topological structures existed only by virtue of their aesthetics, then, despite their exactness, I could not have been satisfied with them. I am convinced that the foundation of their effectiveness lies partly in their symbolic value. They are models for reflection and contemplation" [Bill 1977, pp. 23-25]. Rationality of mathematical thought and emotional expressiveness merge, generating unusual geometric configurations.
Vittorio Giorgini also moved in this direction. Between the 1960s and the 1970s he carried out some experimentation on single-sided surfaces [Mediati 2008, pp. 190-192]. His studies started from a critical point found in the conformation of 'Klein bottle' (fig. 5). In fact, it has a point of discontinuity in correspondence with the intersection which is determined when the tube penetrates the bottle. In order to solve this problem, Giorgini introduced a variation that eliminates the intersection and recovers the continuity between the internal and external surfaces (fig. 7). The result is extremely suggestive and elegant shapes, including the topological reinterpretation of the sphere and the torus, which in 2003 will be sculpted in alabaster by two artists from Volterra: Dainelli and Marzetti.

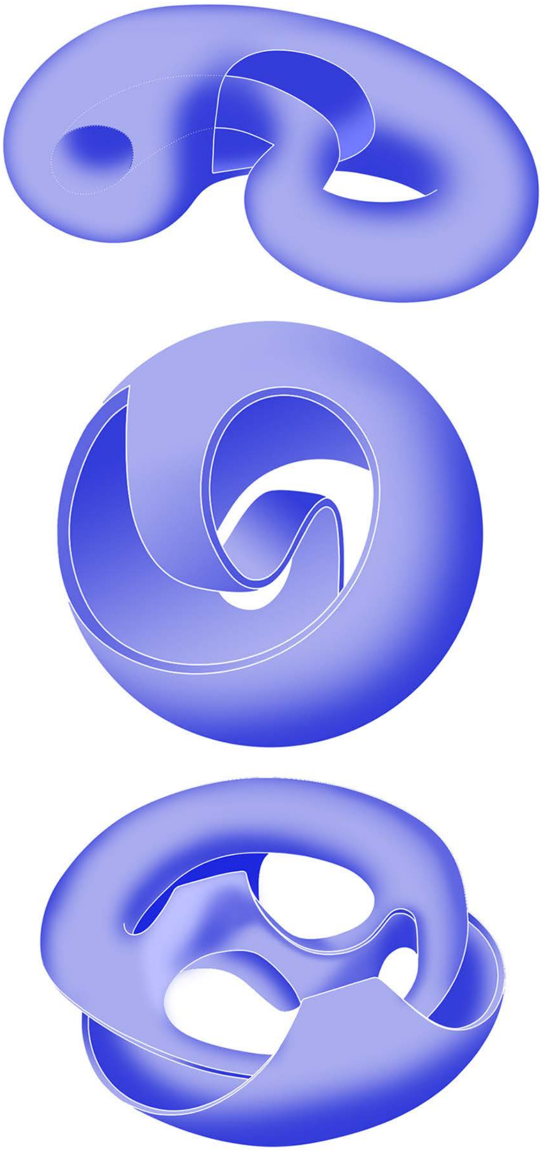


Fig. 7. V. Giorgini, Solids by Giorgini. From top: reinterpretation of Klein bottle; topological reinterpretation of the sphere; topological reinterpretation of the torus. Graphic elaboration by the author.

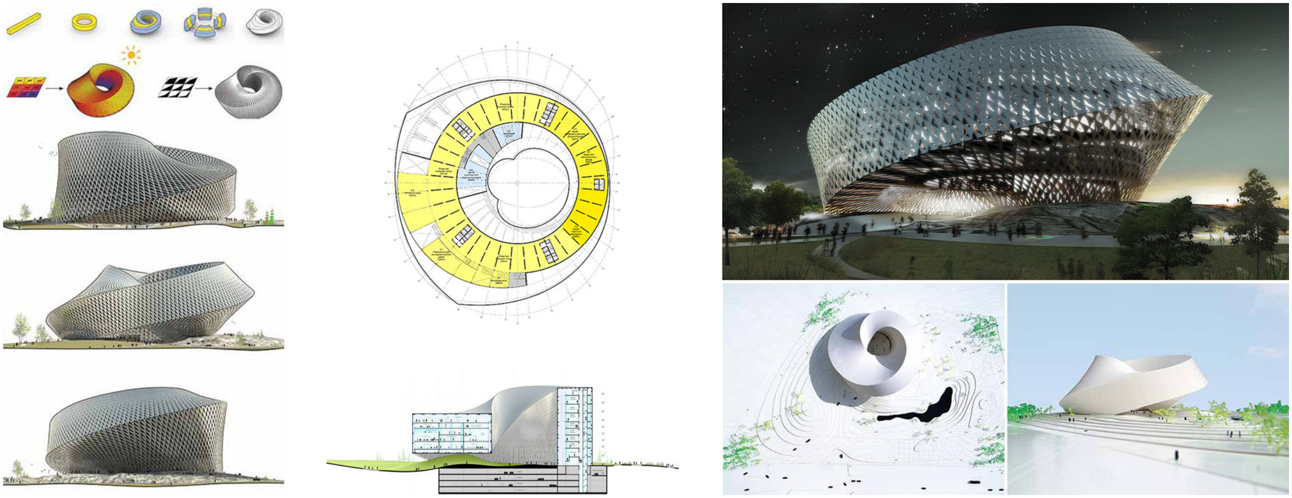


Fig. 8. B. Ingels Group, National Library, Astana (Kazakhstan), 2009. International competition winning project. The design is inspired by the Möbius strip.

These experiences are part of an approach that pushed Giorgini to the continuous search for organic forms. He was inspired by the studies of Thompson, a biologist and mathematician who believed that mathematical laws and physics played a crucial role in determining the forms and structures of living organisms.
Giorgini transferred these reflections to the field of architecture, rejecting the traditional techniques derived from 'classical geometry'. He privileged those 'techniques of nature' capable of configuring complex systems [Giorgini 2006, p. 34]. Therefore, Giorgini's free forms are the result of overcoming Euclidean space and of a hybridization between biological processes, mathematical laws and new expressive research.
The audacious shapes of topological space, from Möbius, to Klein, to Giorgini, up to the most visionary contemporary architectural designs, are the result of a reinterpretation of the concept of space and of an integration between art and science.
Computer graphics, techniques and new production processes allow, today, a reconnection between imagination and science, between theoretical and empirical space, elaborating forms that seemed unthinkable until a few decades ago. Scientific discoveries have radically changed the concept of space, giving it a topological dimension. Space is no longer a static cage, dominated by a rigid perspective structure, but it becomes fluid, changeable and malleable [Imperiale 2001].
It is in this context that contemporary 'soft' architectures come to life, as a result of a demolition of rigid Euclidean dogmas and that often take inspiration from the new visionary explorations in artistic and scientific fields (fig. 8).

Visionary perceptions and relative space

If empirical reality is only one of the possible realities, then the expressive potential of a visionary universe multiplies. Moreover, when the demolition of Euclidean and Newtonian dogmas is intertwined with an interest in perceptual studies, the field opens up to surprising impalpable and deceptive visions.
In reality, some experiments in the field of perceptual deceptions had been carried out since the 18th century by one of the most virtuous engravers. Piranesi, with the engravings of *Carceri d'invenzione* (Prisons of Invention), pushed the static Renaissance perspective to the extreme and opened the horizon to new interpretations of space. In the panel *Capriccio di scale, arcate e capriate* (1745-50) [7] he created a clever perspective artifice: two walls that

are parallel to each other are artificially connected by an arch that in turn appears parallel to the walls it connects (fig. 9). It is an obvious perceptual deception, anticipating the impossible objects that will be explored only in the following century and that will find great success in the second half of the twentieth century.
The studies of the Swiss crystallographer Necker are an example. In 1832 he drew a cube in which one of the posterior sides is superimposed on a front side. The result is a clearly unreal shape that can only exist in the 'illusory space' of the representation, a theme that will become recurrent in Escher's engravings (fig. 10).
A little over a century later, in 1934, Swedish artist Reutersvär also became interested in the theme. When he was only 18 years old, he drew an 'impossible triangle', composed of a series of cubes in axonometry that overlap in an apparently plausible manner but in obvious contrast to objective reality (fig. 11). Reutersvärd suffered from perceptual difficulties: dyslexia and difficulty in perceiving the size and distance of objects. These characteristics probably had a decisive influence on his experimentations and opened the field to visions that go beyond the Euclidean space. His research led him to create other unusual figures. In 1937, he drew the 'impossible stairs', well in advance of Escher and Penrose.
However, these experiments were only visionary intuitions without a wide following in the artistic and scientific fields. A decisive contribution to their success came only in 1958, when the British psychiatrist Lionel Penrose and his son Roger sent a short article to the *British Journal of Psychology*, which illustrated the 'Penrose stair' and 'triangle'. Two impossible objects that were inspired by Escher's experimentations, to which the essay referred [Penrose, Penrose 1958, pp. 31-33]. The paper, however, did not mention Reutersvärd's studies, which Roger discovered only in 1984.
In the same year that Lionel and Roger Penrose published their essay, Escher produced the engraving *Belvedere* (1958). In an apparently marginal position is a seated figure handling a 'Necker cube' and, at his feet, he has a sheet of paper with a scheme in which the crucial points of the deception are highlighted. Thus, Escher declares the geometric-perceptual inspiration used in the construction of the loggia that dominates the composition (fig. 10). As early as the 1940s, Escher had already created some engravings that reinterpreted the 'Möbius strip' and others that explored the potential of perceptual deceptions. Reality and space for Escher are expressed in a dimension of extreme

Fig. 9. G. B. Piranesi, Capriccio di scale, arcate e capriate. Taken from Carceri d'invenzione, 2nd edition, 1761, plate XIV, 415x548 mm.

'relativity' in which several worlds and perceptions intersect, imprisoning the protagonists in a universe in which there is no longer any distinction between horizontal and vertical, perception and reality, finite and infinite.
The two Penroses would send their essay to Escher from which he would draw further inspiration. The lithograph *Ascending and descending* (1960) is a reinterpretation of Penrose's staircase: two rows of hooded men traveling in opposite directions are imprisoned in an endless path (fig. 12). It is an evident perspective transposition of the infinite path of the 'Möbius strip'. In this engraving, topological concepts, perceptual deceptions, multidimensional spaces and perspective alterations intertwine, defining an unreal but perceptually plausible space, the result of a dreamlike and, at the same time, apparently rational vision. It is a subject that will be taken up again a year later with the engraving *Waterfall* (1961) in which a 'continuous bed' on which water flows replaces the steps. The perceptual deception imprisons the water in a perpetual flow, in which the force of gravity denies itself and produces an improbable endless circuit.
Escher's is a magical world, which finds its shape only in the privileged space of imagination and representation. Escher died in 1972 and did not have time to enjoy the many experimentations carried out on his works, with the help of computer graphics. The theme of impossible spaces and

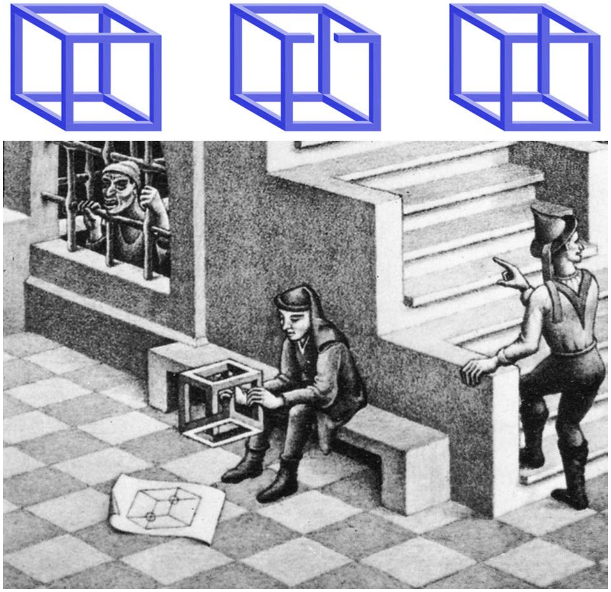


Fig. 10. Top: construction diagram of a Necker cube. Bottom: M. C. Escher, Belvedere, 1958. Lithograph, 461x295 mm. Detail.

Fig. 11. O. Reutersvärd, Impossible objects, 1934 et seq. Top: Stamps issued in 1982 by the Swedish government to celebrate Reutersvärd's work.

optical illusions has strong connections with the atopic space of the digital world. On the other hand, one of the first computer animations took place in the 1960s, in the Bell Laboratories of New Jersey, right on the 'Penrose stair'. In fact, the digital universe contains in itself all the ingredients of illusion: the possibility of creating unreal environments and simulating their concreteness using a mathematical and algorithmic structure. Once again science, mathematics and imagination collaborate, projecting the creative dimension towards new visionary expressions.

Conclusion

Art and science have a common matrix that drives the search for unexplored paths: a path that always moves the boundaries of knowledge further and further. Exploring unusual hypotheses, sometimes 'subversive', is the only way that produces innovation. Man's capacity for abstraction, that irrepressible instinct for 'vision', for overcoming the limits of appearance and the empirical world, are the foundation of all scientific and artistic evolution. Even in disciplines such as mathematics and physics, which appear to be firmly anchored in the experiential world, abstraction is the seed of every discovery: nothing can happen without imagination.
Between the 19th and 20th centuries, in a period of radical mutation, art and science find a common visionary ambition. The demolition of classical physics and Euclidean dogmas, the formulation of new multidimensional hypotheses, the theory of relativity, coexist with changes in the field of art. Perspective, which had dominated the world of representation since the Renaissance, is clearly challenged by the new artistic avant-garde. The demolition of the perspective universe, last anchorage to a Euclidean world, opens the field to visionary experimentations that, together with the new scientific instances define a new *Weltanschauung*.
A major contribution to the demolition of the old dogmas also comes from the use of the computer which, in recent decades, has facilitated the emergence of new formal research in both the field of art and architecture.
These paths are often intertwined, sometimes one anticipates the other, but together they contribute to open doors to intuitions, sometimes premonitory, that will mark the evolution of thought and art and will direct the perennial research of relationship between man and reality towards innovative and suggestive visions.

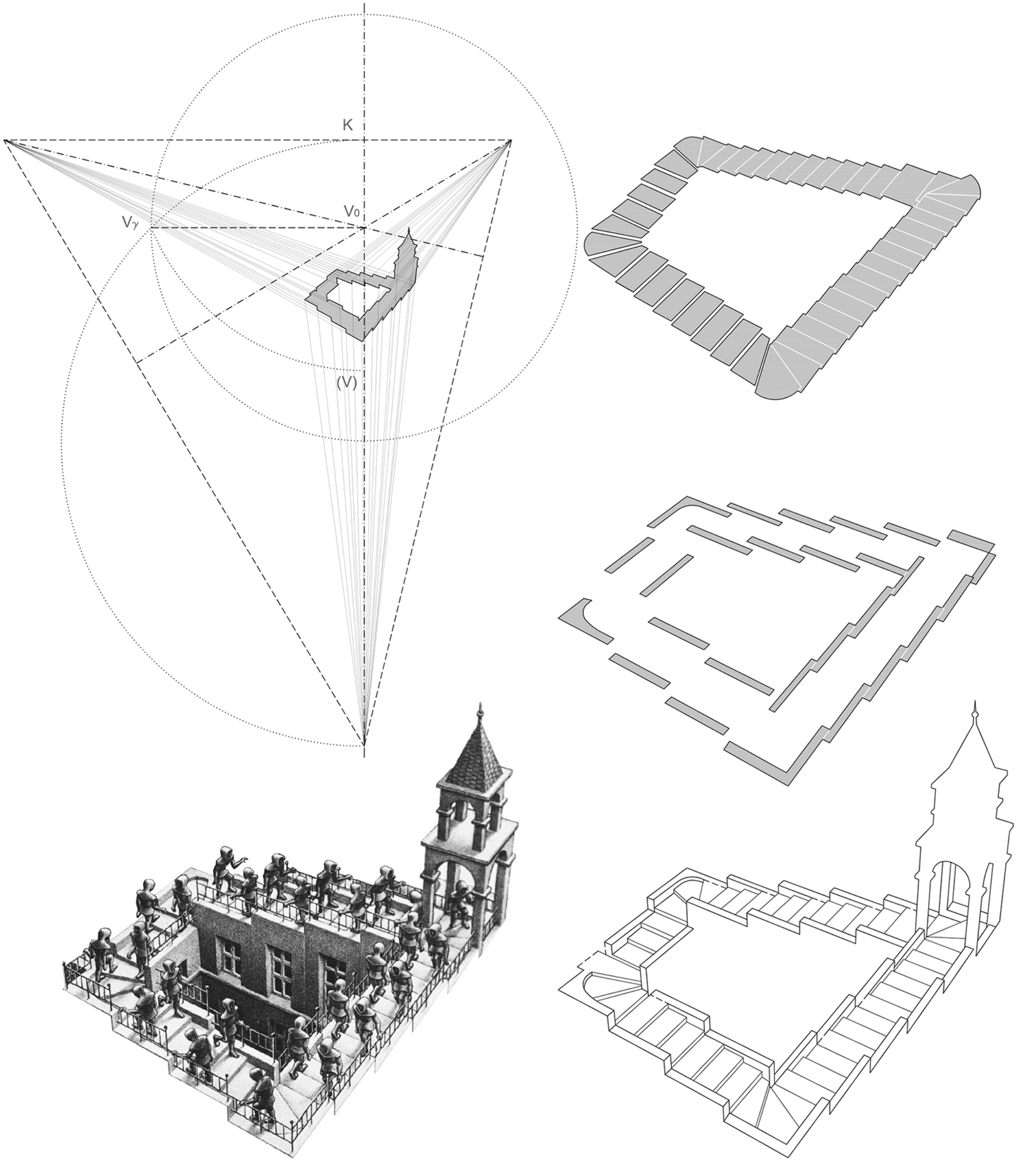


Fig. 12. M.C. Escher, Ascending and Descending, 1960, lithograph, 355x285 mm. Left: detail and analysis of the perspective structure. Right: graphic analysis with reference to Penrose stair. Graphic elaboration by the author.

Notes

[1] It is a procedure that allows to verify a proposition assuming as a starting point the negation of the same.

[2] 'Absolute geometry' derives from 'Euclidean geometry' but excluding the V postulate and all theorems derived from it.

[3] During a seminar held on February 11, 1826 at the University of Kazan, Lobačevskij made public his theories but the essay was never printed for fear of reactions from the scientific environment. Later he published some studies on "imaginary" geometry, the theory of parallel lines and a complete work [Lobačevskij 1856].

[4] He contributed to the foundation of 'Elliptic geometry'.

[5] The paper was published posthumously [Riemann 1868].

[6] Emmer finds this shape in some ancient references: in Roman mosaics of the 3rd century and in the harnesses for the horses of the troops of the Tsar of Russia in the 17th century [Emmer 2003, p. 68].

[7] The table appears with the numbering XII in the edition of 1745-50 and with the numbering XIV in the edition of 1761.

Author

Domenico Mediati, Dipartimento di Architettura e Territorio (dArTe), Università degli Studi *Mediterranea* di Reggio Calabria, domenico.mediati@unirc.it

Reference List

Abbott, E. A. (2004). *Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni*. Milano: Adelphi.

Agazzi, E., Palladino, D. (1978). *Le geometrie non-euclidee e i fondamenti della geometria*. Milano: Mondadori.

Bill, M. (1977). Come cominciai a fare le superfici a faccia unica. In A. C. Quintavalle (a cura di). *Max Bill. Catalogo della mostra*. Parma: Università di Parma.

Courant, R., Robbins, H. (1961). *Che cos'è la matematica?* Torino: Boringhieri.

Einstein, A. (1916). Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie. In *Annalen der Physik*, vol. 354, Issue 7, pp. 769-822. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/andp.19163540702> (accessed 2021, November 17).

Emmer, M. (2003). *Mathland. Dal Mondo piatto alle ipersuperfici*. Torino: Testo & Immagine.

De Rosa, A., Sgrosso, A., Giordan A. (2002). *La Geometria nell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione. Dal secolo dei Lumi all'epoca attuale*. Vol. 3. Torino: UTET.

Giorgini, V. (2006). Agora. Dreams and Vision. In *l'Arca*, n. 214, n. 5, pp. 34-41. <https://www.arcadata.com/it/archivi/214.html> (accessed 2021, November 19).

Hinton, C. H. (1888). *A New Era of Thought*. London: Swan Sonnenschein & Co.

Imperiale, A. (2001). *New Bidimensionalities*. Boston: Birkhauser.

Kant, I. (2000). *Critica della ragion pura*. Roma-Bari: Laterza. Ed. orig.: *Kritik der reinen Vernunft*, 1781.

Lobachevskiĭ, N. I. (1856). *Pangéométrie ou, Précis de géométrie fondée sur une théorie générale et rigoureuse des parallèles*. Kazan: Universitet, sbornik uchenykh stateĭ.

Mangione, C. (1971). Logica e fondamenti della matematica. In L. Geymonat (a cura di). *Storia del pensiero filosofico e scientifico*. Vol. III, pp. 155-203 Milano: Garzanti.

Manning, H. P. (1914). *Geometry of Four Dimensions*. New York: The Macmillan Company.

Mediati, D. (2008). *L'occhio sul mondo. Per una semiotica del punto di vista*. Soveria Mannelli: Rubbettino.

Penrose, L. S., Penrose, R. (1958). Impossible objects: a special type of visual illusion. In *British Journal of Psychology*, vol. 49, pp. 31-33.

Poincaré, H. (1923). Pourquoi l'espace a trois dimensions? In *De Stijl*, n. 5, pp. 66-70.

Riemann, B. (1868). *Uber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Göttingen: Dieterichsche Buchhandlung.

Saccheri, G. (1733). *Euclide ab omni naevo vindicatus, sive conatus geometricus, quo stabiliuntur prima ipsa universae geometriae principia*. Mediolani: Montanus.

Sgrosso, A. (1986). L'immagine dell'architettura: nuove e antiche geometrie. In *I fondamenti scientifici della rappresentazione*. Atti del Convegno. Roma 18-19 aprile 1986. Roma: Università degli Studi di Roma "La Sapienza", Dipartimento di Rappresentazione e Rilievo.

Stringham W.I. (1880). Regular Figures in n-Dimensional Spaces. In *American Journal of Mathematics*, mar., 1880, Vol. 3, No. 1, pp. 1-14.

diségno 9.2021

unione italiana disegno

9.2021

diségno

ISSN 2533-2899

diségno
9.2021

DISEGNO VISIONARIO

diségno

unione italiana disegno

Rivista semestrale della società scientifica Unione Italiana per il Disegno
n. 9/2021
http://disegno.unioneitalianadisegno.it

Direttore responsabile
Francesca Fatta, Presidente dell'Unione Italiana per il Disegno

Editor in Chief
Alberto Sdegno

Journal manager
Enrico Cicalò

Segreteria di redazione
piazza Borghese 9, 00186 Roma
redazione.disegno@unioneitalianadisegno.it

In copertina
Hugh Ferriss, The Lure of the City, 1929. Dettaglio.

Gli articoli pubblicati sono sottoposti a procedura di doppia revisione anonima (*double blind peer review*) che prevede la selezione da parte di almeno due esperti internazionali negli specifici argomenti.
Per il numero 9, anno 2021, la procedura di valutazione dei contributi è stata affidata ai seguenti revisori:
Fabrizio Agnello, Adriana Arena, Marinella Arena, Pasquale Argenziano, Fabrizio Avella, Vincenzo Bagnolo, Marcello Balzani, Laura Baratin, Salvatore Barba, Carlo Battini, Marco Giogio Bevilaqua, Alessandro Bianchi, Fabio Bianconi, Enrica Bistagnino, Antonio Bixio, Stefano Brusaporci, Massimiliano Campi, Emanuela Chiavoni, Giuseppina Cinque, Alessandra Cirafici, Daniele Colistra, Carmela Crescenzi, Giuseppe D'Acunto, Antonella di Luggo, Gianmarco Girgenti, Maria Pompeiana Iarossi, Manuela Incerti, Sereno Innocenti, Laura Inzerillo, Alfonso Ippolito, Alessandro Luigini, Federica Maietti, Maria Martone, Marco Muscogiuri, Lia Maria Papa, Giulia Pellegri, Nicola Pisacane, Andrea Rolando, Luca Rossato, Daniele Rossi, Maria Elisabetta Ruggiero, Michele Russo, Marcello Scalzo, Roberta Spallone, Maurizio Unali, Daniele Villa.

Consulente per le traduzioni in lingua inglese Elena Migliorati.

La rivista *diségno* è inclusa nell'elenco delle riviste scientifiche dell'Agenzia nazionale di valutazione del sistema universitario e della ricerca (Anvur) per l'area non bibliometrica 08 - Ingegneria civile e Architettura ed è indicizzata su Scopus.

Pubblicato in dicembre 2021

ISSN 2533-2899

9.2021 diségno

I Maestri della visione. Dalla scienza visionaria alle suggestioni visive

Domenico Mediati

Abstract

Gli studi di Isaac Newton, nel XVII secolo, pongono i fondamenti della fisica classica. Nel XIX secolo, però, alcune teorie mettono in dubbio la fisica newtoniana, il cui punto debole deriva dall'applicazione di concetti di geometria euclidea a uno spazio che poteva non esserlo. Nel 1817 Gauss, durante i suoi studi sul V postulato, avanza l'ipotesi che per un punto esterno a una retta sia possibile tracciarne più di una a essa parallela. Così pone le premesse della geometria non-euclidea.
Nel 1884 Abbott pubblica il romanzo Flatland, *in cui ipotizza uno spazio a più dimensioni. Il dibattito culturale si apre così a espressioni artistiche visionarie, derivate da concezioni scientifiche altrettanto 'eversive'. Non vanno trascurati anche gli studi di Poincaré che condurranno allo spazio topologico. Tali suggestioni sono anticipate da Möbius, nel 1858, con le superfici a una sola faccia.*
L'abbattimento dei dogmi newtoniani si intreccia anche con gli studi sulla percezione. Si giunge, così, alle "figure impossibili" di Reutersvär e di Lionel e Roger Penrose. Negli stessi anni, la passione per le sperimentazioni percettive viene condivisa anche da Escher. Il paper mira a evidenziare il rapporto tra arte e scienza che, tra XIX e XX secolo, trovano una comune ispirazione 'visionaria'. Tali percorsi spesso si intrecciano, a volte l'uno anticipa l'altro, ma insieme contribuiranno ad aprire varchi che segneranno l'evoluzione del pensiero e dell'arte.

Parole chiave: geometrie non euclidee, topologia, figure impossibili, Möbius, Penrose, Escher.

Il dogma euclideo

Isaac Newton, nel XVII secolo, diede un contributo decisivo ai fondamenti della fisica classica. I suoi studi ipotizzavano che spazio e tempo fossero, di fatto, entità assolute. Le sue enunciazioni si inserivano nel solco di un incontrastato dominio dei principi geometrici espressi da Euclide negli *Elementi*.
La geometria euclidea ha però un tallone di Achille. Sia pur indirettamente, il V postulato afferma che se due rette complanari tagliate da una trasversale formano, da una stessa parte, due angoli la cui somma è pari ad un angolo piatto, esse non s'incontreranno e saranno, quindi, parallele. Tale enunciato, però, non gode delle qualità di 'dimostrabilità' ed 'evidenza' che a quel tempo erano necessarie perché fosse considerato come un postulato valido. Lo stesso Euclide ne era cosciente, a tal punto da evitare di utilizzarlo per la dimostrazione delle prime 28 proposizioni degli *Elementi*, ma si limiterà a servirsene per un solo caso. Tale consapevolezza lo indusse a considerare l'enunciato delle rette parallele come un teorema, senza però riuscire a trovarne una valida dimostrazione. In seguito al fallimento di tali sforzi, decise di reinserirlo tra i postulati [Agazzi, Palladino 1978, p. 48]. Nei secoli che seguiranno, saranno molti i tentativi di escludere tale proposizione dai postulati cercando di dimostrarlo come teorema ma tutti si riveleranno infruttuosi.
Tra gli studi più antichi si ricorda quello di Proclo (V secolo), fermamente convinto che «nell'acquisizione delle proposizioni geometriche non si debba attribuire peso

https://doi.org/10.26375/disegno.9.2021.11 diségno ISSN 2533-2899

alcuno a rappresentazioni intuitive puramente probabili» [Agazzi, Palladino 1978, p. 52]. Il suo tentativo fallì nel momento in cui introdusse un'ipotesi fino ad allora sconosciuta: che la distanza tra due rette rimanga finita. Di fatto, si trattava di un nuovo postulato che farà crollare l'impianto dimostrativo.
Il tentativo di Saccheri [1733], circa XIII secoli più tardi, non giungerà a risultati migliori, ma sarà particolarmente fruttuoso per gli studi futuri. Sia pur inconsapevolmente, egli aprirà la strada alla nascita delle geometrie non-euclidee.
Saccheri propose una dimostrazione *a contrariis* [1], fondata sulla *geometria assoluta* [2], che considerava ammissibili due ipotesi opposte, escluse implicitamente da Euclide: che per un punto esterno a una retta passino più parallele e che, al contrario, non ne passi alcuna.
La dimostrazione fallì perché non riuscì a comprovare che le ipotesi ammesse per assurdo non erano attendibili, ma proprio questo fallimento determinerà il suo futuro successo. «Divenne allora chiaro – osserva Sgrosso – che quella proposizione fosse da considerarsi effettivamente un postulato, assumendo il quale insieme con gli altri nasceva appunto la geometria euclidea, ma assumendo le ipotesi escluse nascevano due diverse teorie geometriche, altrettanto valide della prima» [Sgrosso 1986, p. 57]. Sono le ipotesi su cui lavoreranno alcuni tra i più illuminati studiosi tra la fine del XVIII e il XIX secolo.

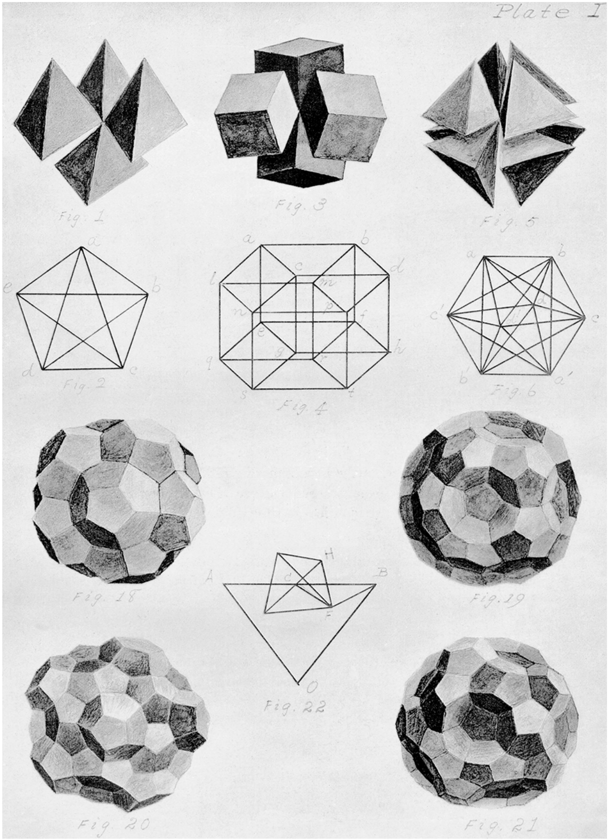
Dal 'fallimento' di Euclide alle 'geometrie visionarie'

Anche Gauss tentò, sin da studente, di dimostrare il V postulato di Euclide considerandolo, in principio, come un teorema. Presto si convinse che esso fosse indimostrabile e orientò i suoi studi verso un sistema basato sulla sua negazione. A partire dal 1817 lavorò sull'ipotesi che prevede l'esistenza di più rette passanti per un punto e parallele ad una retta assegnata. Egli, con maggiore consapevolezza, intraprese la via tracciata da Saccheri quasi un secolo prima. Si aprì così il campo all'ipotesi di una geometria ben diversa da quella fino ad allora conosciuta che Gauss in principio chiamerà 'antieuclidea', successivamente 'astrale' e infine 'non-euclidea'.
Egli non pubblicò mai gli esiti dei suoi studi. Il pensiero scientifico del suo tempo era dominato dalla figura di Kant che considerava la geometria euclidea come una necessità ineludibile per il pensiero. Nella *Critica della ragion pura*, pubblicata nel 1781, il filosofo tedesco definì lo spazio e il tempo come forme *a priori* [Kant 2000]. La geometria era quindi una costruzione assoluta, fondata su principi indubitabili [Mangione 1971, p. 182]. Tale contesto culturale scoraggiava decisamente ogni posizione che mettesse in discussione il fondamento euclideo dello spazio. «Non mi deciderò ancora per molto tempo – scrisse Gauss in un suo epistolario – ad elaborare per una pubblicazione le mie molto estese ricerche sull'argomento, e ciò forse non avverrà mai durante la mia vita, perché temo gli strilli dei Beoti» [Agazzi, Palladino p. 75].
Qualche decennio più tardi, saranno gli studi dell'ungherese Bolyai e del russo Lobačevskij a sfidare la comunità scientifica. Essi proporranno concezioni decisamente 'visionarie' che, all'insaputa l'uno dell'altro, ricalcheranno le analoghe teorie di Gauss. Bolyai e Lobačevskij dimostrarono che per un punto esterno a una retta è possibile tracciare più parallele a quella data. Ipotesi decisamente 'sovversiva' che aprirà il campo ad una nuova geometria che Lobačevskij chiamerà «immaginaria» [3].
In una direzione non meno visionaria si mosse Riemann [4]. Sarà Gauss, nel 1851, che lo metterà su questa strada, assegnandogli il tema su cui terrà la dissertazione per il conseguimento del titolo *Privatdozent* [5]. Anche Riemann negò il postulato euclideo ma percorse una via opposta. Egli ipotizzò uno spazio illimitato ma non infinito: «ed è appunto sull'ipotesi di uno spazio finito – afferma Giordano – che nasce la geometria ellittica, evidenziandosi specificamente nella nuova idea di 'retta', che qui è appunto chiusa e finita. […] due rette (quindi tutte le rette) di un piano si incontrano, e di conseguenza per un punto del piano non passa alcuna parallela a una retta data» [De Rosa, Sgrosso, Giordano 2002, p. 218].
Tali studi lo porteranno a ipotizzare l'esistenza di una realtà multidimensionale. È un ulteriore tassello nel mosaico delle nuove geometrie non-euclidee che si definirà intorno alla fine del XIX secolo. I principi euclidei su cui, per più di due millenni, si era fondata la conoscenza della realtà vengono definitivamente messi in crisi da concezioni scientifiche decisamente visionarie. Ciò spingerà verso la ricerca di nuovi fondamenti teorico-scientifici, capaci di sostenere una nuova interpretazione della realtà.
Decisivi saranno i contributi di Faraday e Maxwell relativi alla propagazione delle onde elettromagnetiche. Tali studi metteranno definitivamente in crisi la fisica classica di Newton e i suoi concetti di spazio e tempo assoluti. Il punto di debolezza sta proprio nel suo fondamento essenziale: applicare concetti di geometria euclidea ad uno spazio che

poteva non essere tale. I tempi erano finalmente maturi per un ulteriore balzo che muterà radicalmente la concezione dello spazio.
Nel 1905, Einstein pubblicò la sua teoria della 'relatività ristretta' (o 'speciale'). Egli affermò che spazio e tempo dovevano essere considerati in modo coordinato. Il tempo divenne, così, una quarta variabile, da aggiungere alle tre dimensioni spaziali fino ad allora adottate. Undici anni più tardi pubblicò un ulteriore approfondimento di tale teoria che prenderà il nome di 'relatività generale' [Einstein 1916]. Egli ipotizzò uno spazio a quattro dimensioni, in cui l'entità spaziotemporale ('cronotopo') viene curvata dalla presenza di una massa e dal campo gravitazionale che essa genera.
Ciò muterà radicalmente la concezione dello spazio, spingendola verso una dimensione metageometrica. Se in presenza di un campo gravitazionale lo spazio-tempo è curvo, allora esso non potrà più essere considerato euclideo. Le teorie sulle geometrie non lineari di Gauss, Bolyai, Lobačevskij e Riemann trovarono conferma nelle più avanzate concezioni dello spazio fisico.
La geometria euclidea è, quindi, solo uno dei possibili modelli di interpretazione della realtà, ancora valido per il mondo direttamente esperibile, ma non il più adatto a sostenere le nuove istanze che in ogni campo andavano affermandosi verso gli inizi del XX secolo.

Flatland

Il terreno era stato abilmente preparato qualche decennio prima da Abbott, quando, nel 1882, pubblicò quello che diverrà un classico della letteratura fantastica: *Flatland: A Romance of Many Dimensions*. Egli narra la storia di un quadrato, abituato a vivere in un mondo a due dimensioni, che scopre con sorpresa di appartenere a uno spazio tridimensionale (*Spaceland*). La sua curiosità non si ferma a tale scoperta ma prosegue in riflessioni visionarie ipotizzando l'esistenza di spazi multidimensionali: «non darà origine, dicevo, il movimento di un Cubo divino, a un Organismo più divino con sedici Punti terminali? […] E una volta colà [nello spazio a quattro dimensioni], vorremo arrestare il corso della nostra ascesa? In quella beata regione a Quattro dimensioni, indugeremo forse sulla soglia della Quinta, e non vi entreremo? […] Allora, cedendo all'assalto del nostro intelletto, le porte della Sesta Dimensione si spalanche-



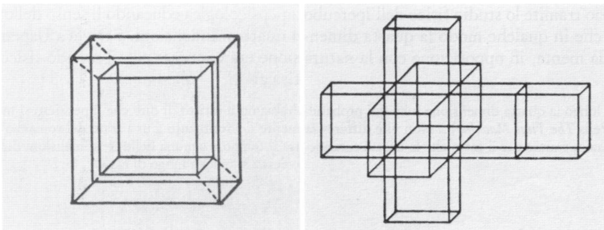


Fig. 1. W. I. Stringham, figure regolari dello spazio quadridimensionale [Stringham 1880].

Fig. 2. H. P. Manning, rappresentazione di un ipercubo, 1914.

Fig. 3. A sinistra: T. van Doesburg, Une Nouvelle Dimension, 1925-1929. Al centro e a destra: T. van Doesburg e C. van Eesteren, Maison particulière, 1924.

ranno; e dopo quella una Settima, e quindi un'Ottava» [Abbott 2004, pp. 136-138].
Qualche anno più tardi, lo scrittore di fantascienza Hinton pubblicherà un saggio sulla quarta dimensione in cui per la prima volta appare il termine *tesseract* (ipercubo) [Hinton 1888].
Erano ipotesi senza dubbio affascinanti ma, a quel tempo, a molti dovevano apparire bizzarre. In realtà, tali riflessioni si fondavano su un dibattito scientifico in via di maturazione ed erano cariche di una stringente logica scientifica. La realtà multidimensionale non aveva alcuna possibilità di essere percepita attraverso dati esperienziali ma ciò non escludeva la possibilità che la si potesse dedurre per astrazione logica. Come afferma Emmer: «il fondamento della matematica è nell'astrazione e quindi la matematica potrebbe apparire quanto di più lontano dalla realtà fisica» [Emmer 2003, p. 25]. In realtà logica e astrazione sono facce di una stessa medaglia e contribuiscono alla formulazione di ipotesi e nuovi scenari che solo in un secondo momento saranno confermate da dati scientifici.

L'ipercubo e lo spazio metafisico

Tra le righe di *Flatland*, sia pur indirettamente, si trova la prima descrizione di un ipercubo, una figura che affascinerà studiosi e matematici ma che ispirerà anche il mondo dell'arte. Di tale entità però Abbott non fornirà alcuna illustrazione. Le prime rappresentazioni ipotetiche di ipersolidi si devono al matematico Stringham che, nel 1880, pubblicò un saggio con un contributo per la definizione delle figure regolari dello spazio quadridimensionale [Stringham 1880] (fig. 1).
Qualche decennio più tardi, il matematico Manning [1914] pubblicò alcune ipotesi grafiche di un ipercubo: 'proiezioni' da uno spazio quadridimensionale a uno euclideo (fig. 2). Tali rappresentazioni erano il frutto di un'astrazione matematica non meno visionaria delle descrizioni letterarie di Abbott e attirarono l'attenzione di artisti e architetti.
Nel numero 5 del 1923 di *De Stijl*, a undici anni dalla sua morte, venne pubblicato l'articolo di Poincaré *Pourquoi l'espace a trois dimensions?* A premessa del saggio si trova la frase: «Il significato della quarta dimensione per il neoplasticismo». È un'evidente dichiarazione di interesse da parte dei fondatori del movimento: Mondrian e Van Doesburg. Quest'ultimo, in quegli anni, espresse chiaramente una linea di ricerca rivolta in tale direzione (fig. 3). Illustrando un progetto per una casa privata del 1924 egli scrisse: «La nuova architettura è anticubica, in altre parole, i suoi diversi spazi non sono contenuti in un cubo chiuso. Al contrario, le differenti celle dello spazio (volumi dei balconi ecc. inclusi) si sviluppano eccentricamente, dal centro alla periferia del cubo, così che le dimensioni di altezza, profondità, larghezza e tempo ricevono una nuova espressione plastica» [Van

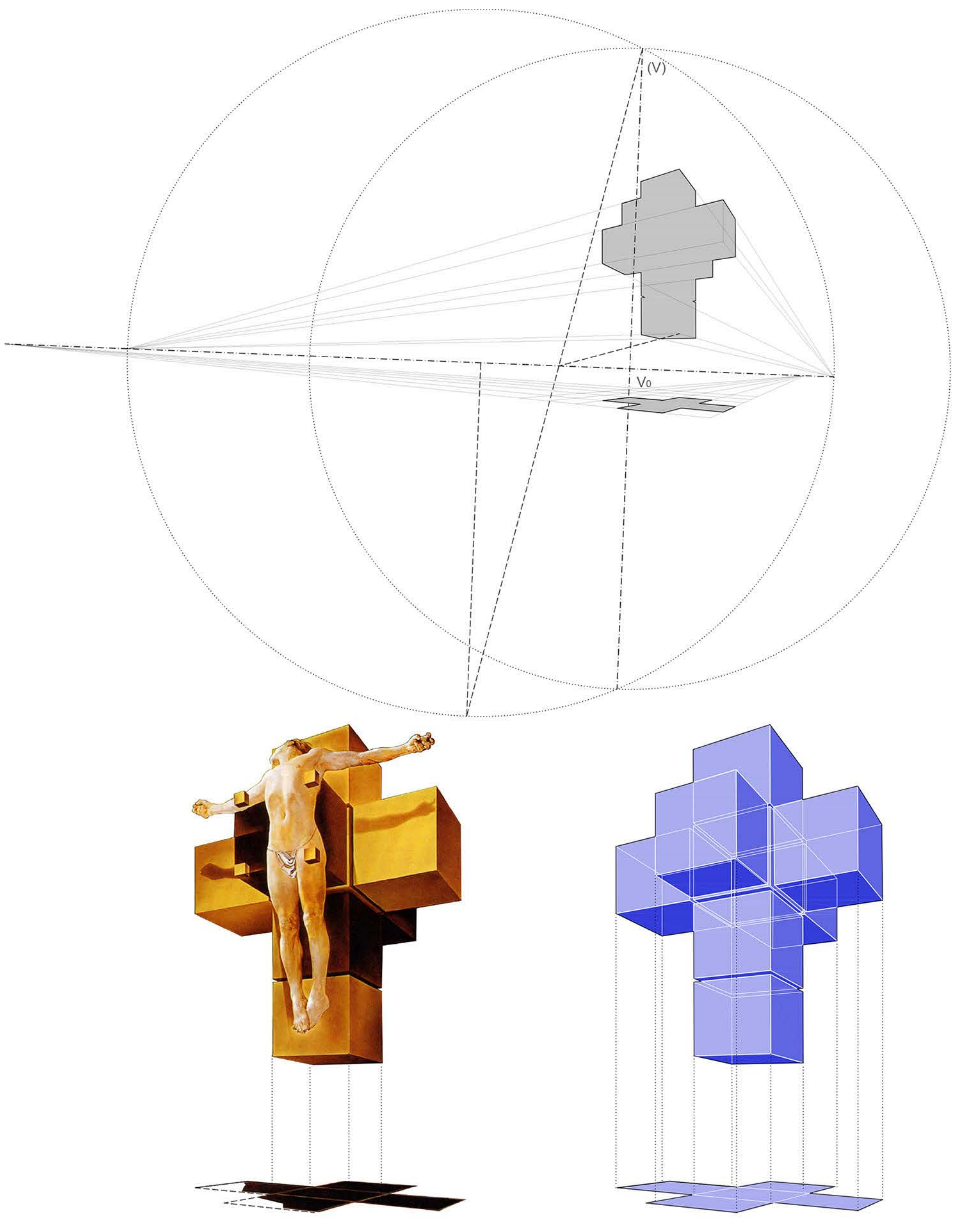


Fig. 4. S. Dalì, Crucifixion (Corpus Hypercubus), 1954. In alto: analisi della struttura prospettica. In basso: dettagli e ridisegno del crocifisso. Elaborazione grafica dell'autore.

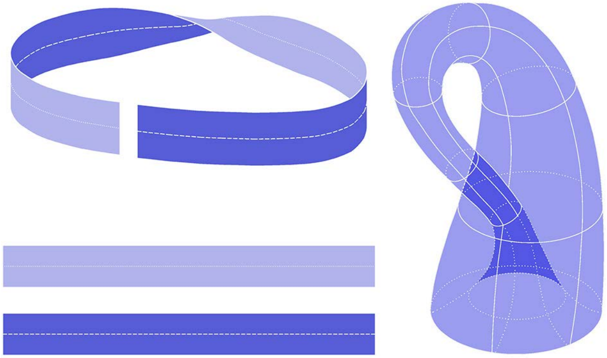


Fig. 5. Superfici a una sola faccia. A sinistra: nastro di Möbius, schema di conformazione. A destra: bottiglia di Kelin. Elaborazione grafica dell'autore.

Fig. 6. M. Bill, nastro senza fine, granito, 1953 (versione originale 1935). Baltimora Museum of Art.

Doesburg cit. in Emmer 2003, p. 119]. Sia il testo che i disegni di Van Doesburg si riferivano alla rappresentazione di un ipercubo anche se, come nota Emmer, egli faceva confusione tra gli oggetti a quattro dimensioni di *Flatland* – proiezioni quadridimensionali di elementi euclidei – con la teoria spazio-tempo di Einstein in cui il tempo costituisce una quarta dimensione [Emmer 2003, p. 119].
Il *tesseract* è espressione di concezioni scientifiche che sovvertono l'universo empirico abituale ma rappresenta anche un legame con universi inesplorati che aprono a fruttuose sperimentazioni artistiche. È proprio in questo campo che si esprimeranno, difatti, i risultati più visionari. Dalì mostrò esplicitamente il suo interesse per la commistione tra dimensione mistica e scientifica che si ritrova nello spazio quadridimensionale. Nella sua opera *Crucifixión* (*Corpus Hypercubus*) del 1954, dipinge un Cristo accostato a una croce sospesa nel vuoto, chiara rappresentazione di un ipercubo (fig. 4). Tutto avviene senza contatto, in un contesto metafisico dominato da un paesaggio naturale oscuro, in cui la griglia pavimentale fornisce un labile ancoraggio al mondo empirico, logico e razionale. Su di essa Dalì proietta l'ipercubo, definendo una croce tra le maglie prospettiche. Le nuove concezioni metageometriche, con le intrinseche necessità di astrazione e con un forte carattere mistico ed emozionale, costituiscono un ponte tra mondo materiale e dimensione metafisica. Gli interessi di Dalì per la quarta dimensione continueranno negli anni seguenti. Egli entrò in contatto con il matematico Banchoff, tenendosi aggiornato sugli sviluppi delle evoluzioni scientifiche sullo spazio metageometrico. Nel 1979 tornò sul tema con il dipinto *Alla ricerca della quarta dimensione*. Un contesto surreale in cui si sovrappongono citazioni di Raffaello e Perugino con elementi simbolici tipici della poetica di Dalì. In primo piano un dodecaedro si sovrappone al varco di quello che appare come un sepolcro: possibile connessione simbolica tra realtà e spazio metafisico. Sullo sfondo incombe un 'orologio molle', segno di un tempo eterno che unifica e raccorda uno spazio visionario intriso di saperi rinascimentali, spiritualità cristiana e pervaso da un inquietante mistero dell'oblio.

Superfici a una sola faccia

L'interesse postumo di *De Stijl* per Poincaré testimonia l'influenza che gli studi del matematico francese ebbero sull'immaginario artistico del XX secolo.

Nel 1895 egli pubblicò *Analysis Sitû*, il volume che porrà le basi della geometria topologica. Essa «ha come oggetto lo studio delle proprietà geometriche che persistono anche quando le figure sono sottoposte a deformazioni così profonde da perdere tutte le proprietà metriche e proiettive» [Courant, Robbins 1961, p. 353]. Tali concezioni apriranno il campo a sperimentazioni visionarie di estremo interesse. Qualche anno prima di Poincarré, nel 1858, all'*Académie des sciences* di Parigi, Möbius presentò una memoria, rimasta a lungo trascurata, sulle superfici a una sola faccia. In questo saggio egli descrisse una forma dalle straordinarie qualità espressive: il nastro di Möbius [6] (fig. 5). Prima che tale intuizione geometrica trovasse un'applicazione nell'arte moderna dovranno passare quasi ottant'anni. Nel 1936, alla Triennale di Milano, Max Bill presentò il *Nastro senza fine* (fig. 6). All'oscuro degli studi di Möbius, egli riteneva di aver trovato una forma inedita. Solo successivamente scoprirà i legami con gli studi geometrico-matematici del secolo precedente. L'interesse per la topologia da parte dell'artista svizzero non era legato soltanto alle qualità estetiche ma soprattutto alle potenzialità espressivo-simboliche che essa offre. L'analogia con il simbolo dell'infinito innesca suggestioni che vanno al di là della semplice forma. «Se le strutture topologiche non orientate esistessero solo in virtù della loro estetica, allora, nonostante la loro esattezza, non avrei potuto esserne soddisfatto. Sono convinto che il fondamento della loro efficacia stia in parte nel loro valore simbolico. Esse sono modelli per la riflessione e la contemplazione» [Bill 1977, pp. 23-25]. Razionalità del pensiero matematico ed espressività emozionali si fondono generando configurazioni geometriche inusuali.

È il percorso seguito anche da Giorgini. Tra gli anni '60 e '70 del Novecento egli compì alcune sperimentazioni sulle superfici a una sola faccia [Mediati 2008, pp. 190-192]. I suoi studi partiranno da una criticità riscontrata nella conformazione della bottiglia di Klein (fig. 5). Essa, difatti, presenta un punto di discontinuità in corrispondenza dell'intersezione che si determina quando il tubo penetra la bottiglia. Per risolvere il problema Giorgini introdusse una variazione che elimina l'intersezione e recupera la continuità tra superficie interna ed esterna (fig. 7). Si ottengono così delle forme estremamente suggestive ed eleganti tra cui la reinterpretazione in chiave topologica della sfera e del toro che nel 2003 verranno scolpite in alabastro da due artisti volterrani: Dainelli e Marzetti.

Tali esperienze fanno parte di un approccio che spinse Giorgini alla continua ricerca di forme organiche. Egli si

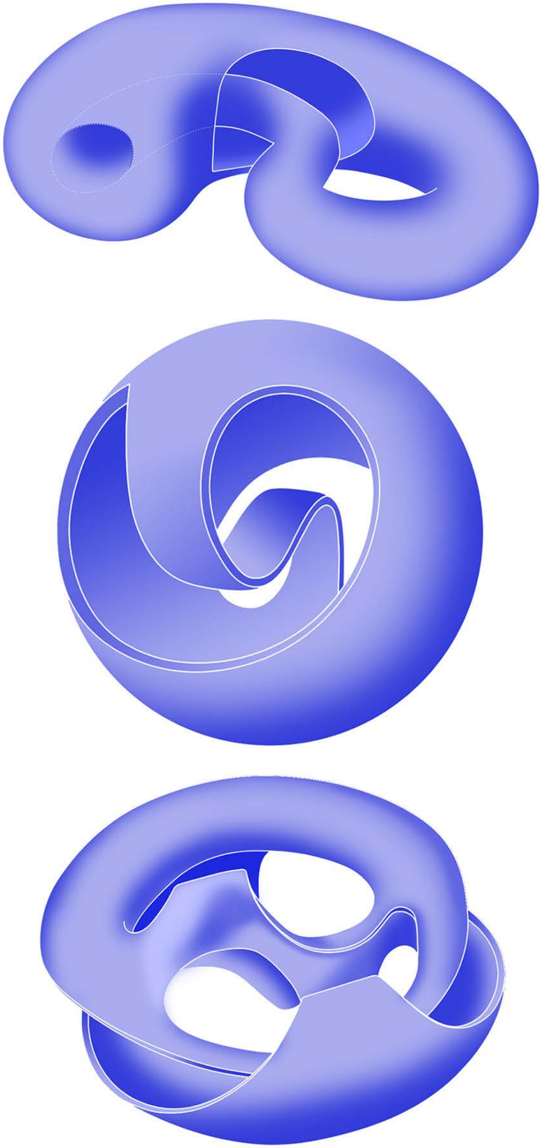


Fig. 7. V. Giorgini, solidi di Giorgini. Dall'alto: reinterpretazione della bottiglia di Klein; reinterpretazione topologica della sfera; reinterpretazione topologica del toro. Elaborazione grafica dell'autore.

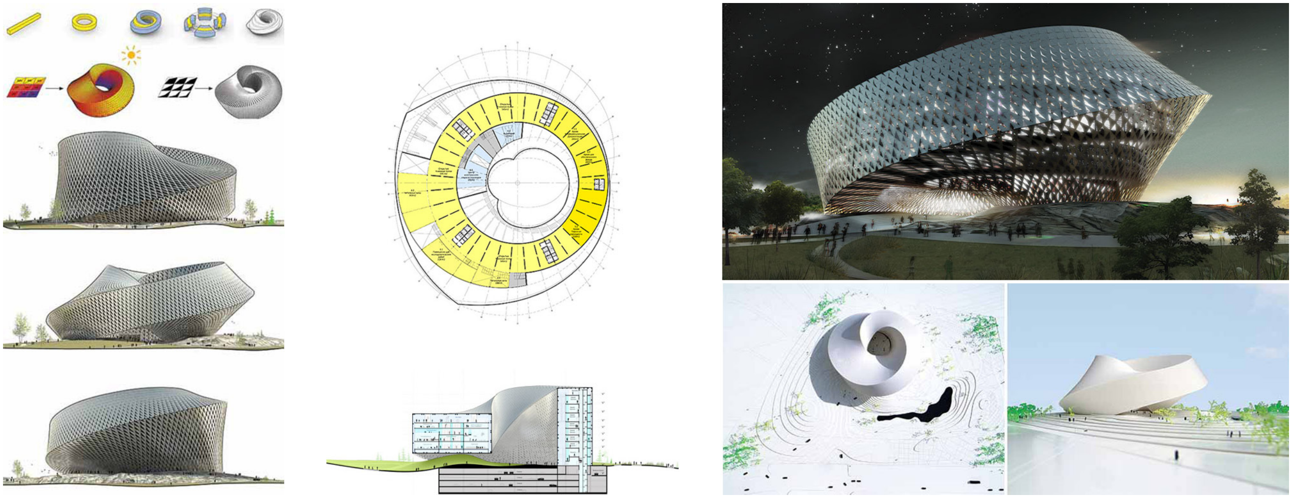


Fig. 8. B. Ingels Group, National Library, Astana (Kazakhstan), 2009. Progetto vincitore del concorso internazionale. L'impianto progettuale si ispira al nastro di Möbius.

ispirò agli studi di Thompson, biologo e matematico che riteneva decisivo il ruolo delle leggi matematiche e della fisica nella determinazione delle forme e delle strutture degli organismi viventi.
Giorgini trasferì tali riflessioni nel campo dell'architettura, rifiutando le tecniche tradizionali che derivano dalla 'geometria classica', per privilegiare quelle 'tecniche della natura' in grado di configurare sistemi complessi [Giorgini 2006, p. 34]. Le forme libere di Giorgini sono, quindi, frutto del superamento dello spazio euclideo e di una ibridazione tra processi biologici, leggi matematiche e nuove ricerche espressive.
Le forme audaci dello spazio topologico, da Möbius, a Klein, a Giorgini, fino alle più visionarie forme architettoniche contemporanee, sono il frutto di una reinterpretazione del concetto di spazio e di una integrazione tra arte e scienza. La *computer graphics*, le tecniche e i nuovi processi produttivi consentono, oggi, una riconnessione tra immaginazione e scienza, tra spazio teorico e spazio empirico, elaborando forme che, fino a pochi decenni fa, sembravano impensabili. Le scoperte scientifiche hanno radicalmente mutato il concetto di spazio attribuendogli una dimensione topologica. Lo spazio non è più una gabbia statica, dominata da una rigida struttura prospettica ma diviene fluido, mutevole e malleabile [Imperiale 2001].
È in questo contesto che prendono vita le architetture 'molli' contemporanee, frutto di un abbattimento dei rigidi dogmi euclidei e che speso traggono ispirazione proprio dalle nuove esplorazioni visionarie in campo artistico e scientifico (fig. 8).

Percezioni visionarie e spazio relativo

Se la realtà empirica è solo una delle realtà possibili, allora le potenzialità espressive di un universo visionario si moltiplicano. Quando, tra l'altro, l'abbattimento dei dogmi euclidei e newtoniani si intreccia con l'interesse per gli studi percettivi, il campo si apre a sorprendenti visioni impalpabili e ingannevoli.
In realtà, alcune esperienze nel campo degli inganni percettivi erano state compiute sin dal XVIII secolo da uno dei più virtuosi incisori. Piranesi, con le incisioni delle *Carceri d'invenzione*, spinse all'estremo la statica prospettiva rinascimentale e aprì l'orizzonte a nuove interpretazioni dello spazio. Nella tavola *Capriccio di scale, arcate e capriate* (1745-50) [7] egli realizzò un abile artificio prospettico: due muri tra loro paralleli vengono artificiosamente collegati da un arco che appare a sua volta parallelo ai muri che connette (fig. 9). È un evidente inganno percettivo, antici-

pazione delle figure impossibili che saranno approfondite solo a partire dal secolo successivo e che troveranno ampia fortuna nella seconda metà del Novecento.
Un esempio si trova negli studi del cristallografo svizzero Necker che, nel 1832, disegnò un cubo in cui uno dei lati posteriori si sovrappone ad un lato anteriore. Il risultato è una forma chiaramente irreale che può esistere solo nello 'spazio illusorio' della rappresentazione, tema che diverrà ricorrente nelle incisioni di Escher (fig. 10).
A poco più di un secolo di distanza, nel 1934, anche l'artista svedese Reutersvär si interessò al tema. A soli 18 anni, disegnò un 'triangolo impossibile', composto da una serie di cubi in assonometria che si sovrappongono in maniera apparentemente plausibile ma in evidente contrasto con la realtà oggettiva (fig. 11). Reutersvärd soffriva di difficoltà percettive: dislessia e difficoltà a percepire la dimensione e la distanza degli oggetti. Tali caratteristiche ebbero probabilmente un'influenza decisiva sulle sue sperimentazioni e aprirono il campo a visioni che trascendono lo spazio euclideo. Le sue ricerche lo spinsero a creare anche altre figure inusuali. Nel 1937, disegnò le 'scale impossibili', con rilevante anticipo rispetto a Escher e a Penrose.
Tali sperimentazioni, però, erano solo intuizioni visionarie ma prive di un ampio seguito in campo artistico e scientifico. Un contributo decisivo alla loro fortuna si ebbe solo nel 1958, quando lo psichiatra britannico Lionel Penrose e il figlio Roger inviarono un breve articolo al *British Journal of Psychology*, che illustrava la 'scala' e il 'triangolo di Penrose'. Due forme impossibili che si ispiravano alle sperimentazioni di Escher, a cui il saggio faceva riferimento [Penrose, Penrose 1958, pp. 31-33]. Nello scritto, però, non si menzionavano gli studi di Reutersvärd, scopertiti da Roger soltanto nel 1984.
Nello stesso anno in cui Lionel e Roger Penrose pubblicheranno il loro saggio, Escher realizzò l'incisione *Belvedere* (1958). In posizione apparentemente marginale si trova un personaggio seduto che maneggia un 'cubo di Necker' e, ai suoi piedi, ha un foglio con uno schema in cui sono evidenziati i punti cruciali dell'inganno. È così che Escher dichiara l'ispirazione geometrico-percettiva utilizzata per la costruzione del loggiato che domina la composizione (fig. 10).
Già a partire dagli anni '40 del Novecento Escher aveva realizzato alcune incisioni che reinterpretavano il 'nastro di Möbius' e altre che esploravano le potenzialità degli inganni percettivi. La realtà e lo spazio per Escher si esprimono in una dimensione di estrema 'relatività' in cui più mondi e percezioni s'intersecano, imprigionando i protagonisti in un universo in cui non esiste più distinzione tra orizzontale e verticale, tra percezione e realtà, tra finito e infinito.

Fig. 9. G. B. Piranesi, Capriccio di scale, arcate e capriate. Tratto da Carceri d'invenzione, 2a edizione, 1761, tavola XIV, 415x548 mm.

I due Penrose invieranno il loro saggio a Escher da cui egli trarrà ulteriore ispirazione. La litografia *Ascending and descending* (1960) è una reinterpretazione della 'scala di Penrose': due file di uomini incappucciati che la percorrono in direzione opposta rimangono imprigionati in un tracciato senza fine (fig. 12). È una chiara trasposizione prospettica del percorso infinito del 'nastro di Möbius'. In quest'incisione s'intrecciano concezioni topologiche, inganni percettivi, spazi multidimensionali e alterazioni prospettiche, definendo uno spazio irreale ma percettivamente plausibile, frutto di una visione onirica e, al tempo stesso, apparentemente razionale. È un tema che verrà ripreso un anno più tardi con l'incisione *Waterfall* (1961) in cui la gradinata viene sostituita da un 'letto continuo' su cui scorre l'acqua. L'inganno percettivo la imprigiona in un fluire perpetuo in cui la forza di gravità rinnega sé stessa e produce un improbabile circuito senza fine.
È un mondo magico quello di Escher, che trova forma solo nello spazio previlegiato dell'immaginazione e della rappresentazione. Escher morirà nel 1972 e non farà in tempo a godere delle numerose sperimentazioni compiute, con l'ausilio della *computer graphics*, sulle sue opere. Il tema degli spazi impossibili e delle illusioni ottiche ha delle sicure

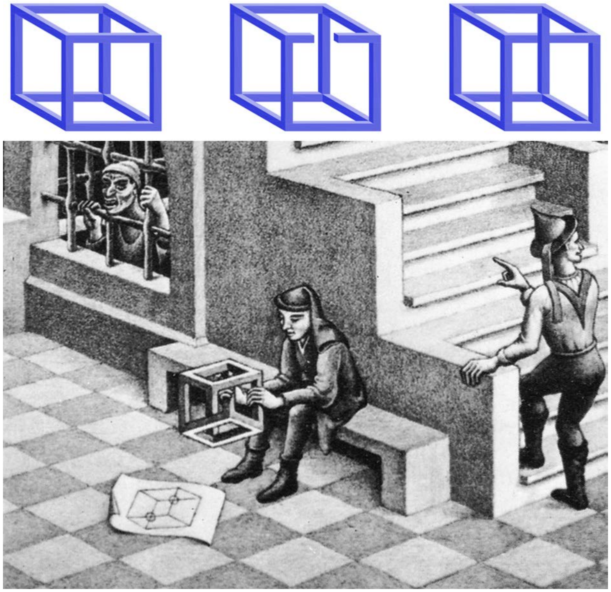


Fig. 10. In alto: schema di costruzione di un cubo di Necker. In basso: M. C. Escher, Belvedere, 1958. Litografia, 461x295 mm. Dettaglio

Fig. 11. O. Reutersvärd, Figure impossibili, 1934 e sgg. In alto: francobolli emessi nel 1982 dal governo svedese per celebrare l'opera di Reutersvärd.

connessioni con lo spazio atopico del mondo digitale. Una delle prime animazioni realizzate con il computer, d'altra parte, è avvenuta negli anni '60 del Novecento, nei Bell Laboratories del New Jersey, proprio sulla 'scala di Penrose'. L'universo digitale, difatti, contiene in sé tutti gli ingredienti dell'illusione: la possibilità di creare ambienti irreali e di simularne la concretezza utilizzando una struttura matematica e algoritmica. Ancora una volta scienza, matematica e immaginazione collaborano, proiettando la dimensione creativa verso nuove manifestazioni visionarie.

Conclusioni

Arte e scienza hanno una comune matrice che spinge alla ricerca di percorsi inesplorati: tracce di un cammino che sposta sempre più in là i confini della conoscenza. Esplorare ipotesi inusuali, talvolta 'sovversive', è l'unica strada che produce innovazione. La capacità di astrazione dell'uomo, quell'irrefrenabile istinto alla 'visione', a superare i limiti dell'apparenza e del mondo empirico sono il fondamento di ogni evoluzione scientifica e artistica. Anche in discipline come la matematica e la fisica, che appaiono saldamente ancorate al mondo esperibile, l'astrazione è il germe di ogni scoperta: nulla può avvenire senza immaginazione.
Tra XIX e XX secolo, in un periodo di radicale mutazione, arte e scienza trovano una comune aspirazione visionaria. L'abbattimento della fisica classica e dei dogmi euclidei, la formulazione di nuove ipotesi multidimensionali, la teoria della relatività, convivono con le mutazioni in campo artistico. La prospettiva, che aveva dominato il mondo della rappresentazione sin dal Rinascimento, viene palesemente messa in discussione dalle nuove avanguardie artistiche. L'abbattimento dell'universo prospettico, ultimo ancoraggio a un mondo euclideo, apre il campo a sperimentazioni visionarie che, insieme alle nuove istanze scientifiche definiscono una nuova *Weltanschauung*.
Un contributo decisivo all'abbattimento dei vecchi dogmi viene anche dall'uso del computer che, negli ultimi decenni, ha agevolato l'affermazione di nuove ricerche formali sia nel campo dell'arte che dell'architettura.
Tali percorsi spesso si intrecciano, a volte l'uno anticipa l'altro, ma insieme contribuiscono ad aprire varchi a intuizioni talvolta premonitorie che segneranno l'evoluzione del pensiero e dell'arte e indirizzeranno verso visioni innovative e suggestive la perenne ricerca di relazione tra uomo e realtà.

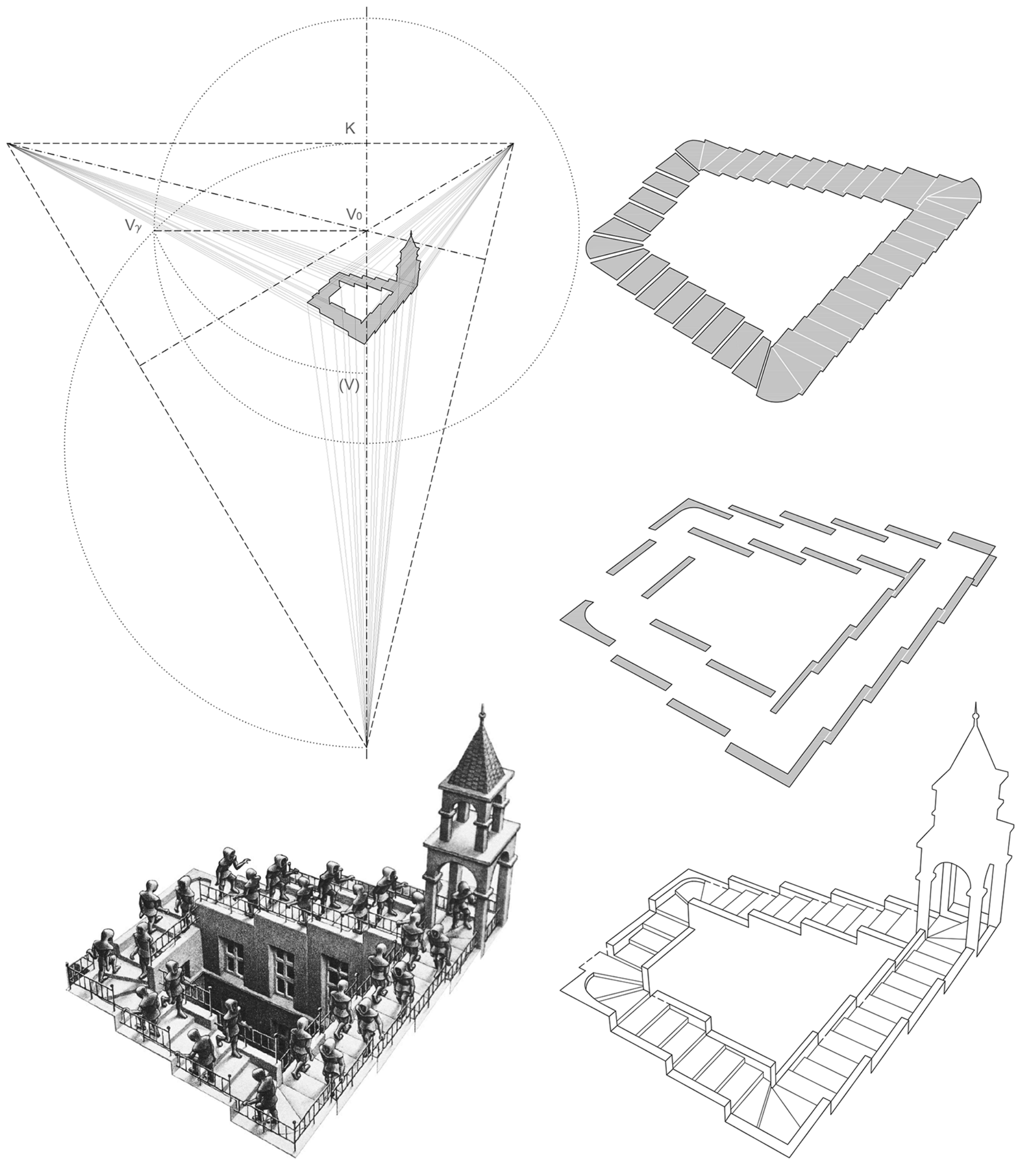


Fig. 12. M.C. Escher, Ascending and Descending, 1960, litografia, 350x285 mm. A sinistra: dettaglio e analisi della struttura prospettica. A destra: analisi grafica in riferimento alla scala di Penrose. Elaborazione grafica dell'autore.

Note

[1] È un procedimento che consente di verificare una proposizione assumendo come punto di partenza la negazione della stessa.

[2] La 'geometria assoluta' deriva dalla 'geometria euclidea' da cui viene escluso il V postulato e tutti i teoremi che da esso derivano.

[3] Durante un seminario tenuto l'11 febbraio 1826 all'Università di Kazan, Lobačevskij rese pubbliche le sue teorie ma il saggio non fu mai stampato per timore delle reazioni dell'ambiente scientifico. Successivamente pubblicherà alcuni studi sulla geometria «immaginaria», sulla teoria delle rette parallele e un'opera completa [Lobačevskij 1856].

[4] Contribuì alla fondazione della 'geometria ellittica'.

[5] La relazione fu pubblicata postuma [Riemann 1868].

[6] Emmer ritrova tale forma in alcuni riferimenti antichi: nei mosaici romani del III secolo e nei finimenti per i cavalli delle truppe dello zar di Russia nel XVII secolo [Emmer 2003, p. 68].

[7] La tavola appare con la numerazione XII nell'edizione del 1745-50 e con la numerazione XIV nell'edizione del 1761.

Autore

Domenico Mediati, Dipartimento di Architettura e Territorio (dArTe), Università degli Studi *Mediterranea* di Reggio Calabria, domenico.mediati@unirc.it

Riferimenti bibliografici

Abbott, E. A. (2004). *Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni*. Milano: Adelphi.

Agazzi, E., Palladino, D. (1978). *Le geometrie non-euclidee e i fondamenti della geometria*. Milano: Mondadori.

Bill, M. (1977). Come cominciai a fare le superfici a faccia unica. In A. C. Quintavalle (a cura di). *Max Bill. Catalogo della mostra*. Parma: Università di Parma.

Courant, R., Robbins, H. (1961). *Che cos'è la matematica?* Torino: Boringhieri.

Einstein, A. (1916). Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie. In *Annalen der Physik*, vol. 354, Issue 7, pp. 769-822. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/andp.19163540702> (consultato il 17 novembre 2021).

Emmer, M. (2003). *Mathland. Dal Mondo piatto alle ipersuperfici*. Torino: Testo & Immagine.

De Rosa, A., Sgrosso, A., Giordan A. (2002). *La Geometria nell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione. Dal secolo dei Lumi all'epoca attuale*. Vol. 3. Torino: UTET.

Giorgini, V. (2006). Agora. Dreams and Vision. In *l'Arca*, n. 214, n. 5, pp. 34-41. <https://www.arcadata.com/it/archivi/214.html> (consultato il 19 novembre 2021).

Hinton, C. H. (1888). *A New Era of Thought*. London: Swan Sonnenschein & Co.

Imperiale, A. (2001). *New Bidimensionalities*. Boston: Birkhauser.

Kant, I. (2000). *Critica della ragion pura*. Roma-Bari: Laterza. Ed. orig.: *Kritik der reinen Vernunft*, 1781.

Lobachevskiĭ, N. I. (1856). *Pangéométrie ou, Précis de géométrie fondée sur une théorie générale et rigoureuse des parallèles*. Kazan: Universitet, sbornik uchenykh stateĭ.

Mangione, C. (1971). Logica e fondamenti della matematica. In L. Geymonat (a cura di). *Storia del pensiero filosofico e scientifico*. Vol. III, pp. 155-203 Milano: Garzanti.

Manning, H. P. (1914). *Geometry of Four Dimensions*. New York: The Macmillan Company.

Mediati, D. (2008). *L'occhio sul mondo. Per una semiotica del punto di vista*. Soveria Mannelli: Rubbettino.

Penrose, L. S., Penrose, R. (1958). Impossible objects: a special type of visual illusion. In *British Journal of Psychology*, vol. 49, pp. 31-33.

Poincaré, H. (1923). Pourquoi l'espace a trois dimensions? In *De Stijl*, n. 5, pp. 66-70.

Riemann, B. (1868). *Uber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Göttingen: Dieterichsche Buchhandlung.

Saccheri, G. (1733). *Euclide ab omni naevo vindicatus, sive conatus geometricus, quo stabiliuntur prima ipsa universae geometriae principia*. Mediolani: Montanus.

Sgrosso, A. (1986). L'immagine dell'architettura: nuove e antiche geometrie. In *I fondamenti scientifici della rappresentazione*. Atti del Convegno. Roma 18-19 aprile 1986. Roma: Università degli Studi di Roma "La Sapienza", Dipartimento di Rappresentazione e Rilievo.

Stringham W.I. (1880). Regular Figures in n-Dimensional Spaces. In *American Journal of Mathematics*, mar., 1880, Vol. 3, No. 1, pp. 1-14.